

マルチスロット環境下での Just-In-Time ジョブの 重み和最大化のためのヒューリスティクス

D-1

Heuristics for Maximizing the Total Weight of Just-In-Time

Jobs under Multi-Slot Conditions

斉藤 凌[†] 大塚 帯紀^{††} 千葉 英史^{††}Ryo SAITO[†] Taiki OTUKA^{††} Eishi CHIBA^{††}

†法政大学大学院理工学研究科 ‡法政大学理工学部

†Graduate School of Science and Engineering, Hosei University ‡Faculty of Science and Engineering, Hosei University

1. はじめに

スケジューリング問題には、ジョブを納期ちょうどに完了するスケジュールを求める問題がある。例えば、ジョブを納期より早く完了すると、ジョブを保管する必要があるかもしれない。この保管コストは、保管期間が短いほど抑えられる。そのため、本研究では、納期ちょうどに処理を完了する Just-In-Time スケジューリングに焦点を当てる。

スケジューリングの既存研究では、納期ズレのジョブ数を最小にするアルゴリズム[1]が存在する。文献[1]では、全てのジョブが、納期ちょうどにスケジュールされるとは限らない。本研究では、周期的に繰り返すタイムスロットを仮定するが、この仮定下ではすべてのジョブを納期ちょうどに処理完了することが可能である。さらに、ジョブにはジョブの価値として重みが与えられる。この重みは、タイムスロットごとに決められる。マルチスロット環境下で重み和を最大にする Just-In-Time スケジュールを求めたい。この問題は、NP 困難であることが知られているが、本研究ではヒューリスティクスを提案する。

提案するヒューリスティクスは、重み付き区間スケジューリング問題を解くアルゴリズム[2]をサブルーチンとして利用する。重み付き区間スケジューリング問題は、与えられた終了時刻ちょうどにジョブをスケジュールするため、本研究において有用と考えた。

2. 問題定義

同一並列機械の台数を m とする。 n 個のジョブを J_1, J_2, \dots, J_n で表す。各ジョブ J_i は、処理時間 p_i を持つ。

全ての機械上の動作時間は、長さ L のタイムスロットで分割される。また、各ジョブは、タイムスロット毎に納期が与えられる。すなわち、ジョブ J_i の第1タイムスロットでの納期 d_i 、第2タイムスロットでの納期 $L + d_i, \dots$ である。全てのジョブは必ずどこか1つのタイムスロットの納期ちょうどに処理される。ジョブ J_i が I 番目のタイムスロットで処理を完了するときの重みを $w_i(I)$ とする。

ジョブ J_i のスケジュールは、写像 $S : J_i \mapsto (M_{[i]}^S, C_i^S)$ で表す。ここで、 $M_{[i]}^S$ は S によって定まる J_i を処理する機械であり、 C_i^S は S によって定まる J_i の処理完了時刻である。スケジュール S が以下の条件を満たす場合、 S は実行可能と呼ばれる。

- 任意の J_i において、制約式 $C_i^S = r_i^S \cdot L + d_i$ を満たす整数 $r_i^S \in \{0, 1, \dots, \lfloor \frac{n}{m} \rfloor - 1\}$ が存在する。

- 任意の J_j, J_k に対して、 $M_{[j]}^S = M_{[k]}^S$ ならば、 $C_k^S - p_k \geq C_j^S$ または、 $C_j^S - p_j \geq C_k^S$ 。

マルチスロット環境下での Just-In-Time ジョブの重み和最大化問題を以下に示す。

入力: ジョブ数 n , 機械数 m , 処理時間 p_i , 納期 d_i , 重み $w_i(I)$, タイムスロット長 L 。

目的関数: $\sum_{i=1}^n w_i \left(\left\lfloor \frac{C_i^S}{L} \right\rfloor \right) \rightarrow \text{最大}$

目的関数を最大にする実行可能スケジュールは最適スケジュールと呼ばれる。

3. ヒューリスティクス

提案するヒューリスティクスは、重み付き区間スケジューリング問題を解くアルゴリズム[2]を用いたものである。重み付き区間スケジューリング問題とは、各区間が重みを持ち、重み和が最大となる互いに交差しない区間の集合を求める問題であり、以下のように書ける。

入力: n 個の区間、各区間 i に対する開始時刻 s_i と終了時刻 f_i と重み w_i 。

目的: $\sum_{i \in T} w_i$ の最大化。ただし、 $T \subset \{1, \dots, n\}$ は互いに交差しない区間の集合。

区間をジョブ、区間の終了時刻をジョブの納期、区間の $f_i - s_i$ をジョブの処理時間 p_i とみなすことで、対象のスケジューリング問題に帰着できる。このことから、重み付き区間スケジューリング問題を解くアルゴリズム[2]を高々 $m \times \lfloor \frac{n}{m} \rfloor$ 回繰り返し、対象のスケジューリング問題を近似的に解く。

4. 計算機実験

提案したヒューリスティクスを実装し、計算機上で実験を行った。目的関数の値を比較するために、文献[3]で提案されたヒューリスティクスを使用し、結果を考察した。

参考文献

- [1] A. Lann and G. Mosheiov, Single machine scheduling to minimize the number of early and tardy jobs, Computers & Operations Research, vol.23, no.8, pp.769-781, 1996.
- [2] J. Kleinberg, É. Tardos, アルゴリズムデザイン, 浅野孝夫, 浅野泰仁, 小野孝男, 平田富夫訳, 共立出版, 2008.
- [3] R. Saito, E. Chiba, A heuristic algorithm for maximizing the total weight of just-in-time jobs under multi-slot conditions, Proc. IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, pp.84-88, 2016.